QUIÉN PUEDE MÁS: UN JUEGO DE ALEATORIEDAD BASADO EN LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

WHO CAN DO MORE: A GAME OF ALETAORIETY BASED ON THE THEORY OF DIDACTIC SITUATIONS

Teresita Méndez Olave[1]

Resumen

Este artículo presenta episodios de una clase de matemática en un curso de 20 niñas de 10 y 11 años. La clase se sitúa en la noción de aleatoriedad, concepto clave para la comprensión y enseñanza de la probabilidad. El análisis didáctico de programas de estudio chileno revela que los estudiantes no logran desarrollar habilidades para construir esta noción ni reconocer la naturaleza de los fenómenos en los que interviene. En este estudio se reporta el análisis de las producciones de niñas de 10 años, basado en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), que inician la construcción de la noción de azar y toma de decisiones bajo incertidumbre. La situación planteada es un juego, que es el medio por el cual se accede a estas nociones, en situación adidáctica. Este ha sido tomada del estudio realizado por el grupo experimental IREM de Franche Comté (2007) e implementada en Chile. Uno de los resultados es que el modelo de gestión de la clase se evidencia distintas fases que permiten a las niñas reconocer en el lenguaje infantil el carácter aleatorio del juego. Además, este modelo es pertinente a cualquier nivel de la enseñanza escolar e incluso universitaria.

Palabras clave: situación adidáctica, azar, toma de decisiones, incertidumbre, aleatoriedad.

Abstract

This article presents episodes of a math class, in a 20 girls class, between 10 and 11 years old. The class is based on the notion of randomness, key concept for understanding and teaching of probability. Didactic analysis of Chilean study programs, reveals that students fail to develop skills to build this notion and recognize the nature of phenomena involving. This study reports the analysis of productions of 10-year-old girls, based on the Theory of Didactic Situations (TSD), that initiated the construction of the notion of chance and decision making under uncertainty. The situation is a game, that is the means by which access to these notions, in adidactica situation. This has been taken from the study carried out by the group experimental IREM Franche Comté (2007) and implemented in Chile. One of the results is that the model of class management evidence are different phases that allow girls to recognize in the child language the random nature of the game. This model is also relevant to any level of school and even university education.

Keywords: adidactic situation, chance, decision making, uncertainty, randomness.

1 teresita.mendez@umce.cl Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Recibido: 20 diciembre 2017; **Aceptado:** 29 diciembre 2017

ISSN 0717-9618

Introducción

Una de las nociones centrales en la construcción del pensamiento probabilístico es el concepto de aleatoriedad. Quien comprende la distinta naturaleza de los fenómenos que conforman la realidad tiene grandes ventajas en los procesos atribuidos al estudio de la probabilidad. Esta noción, como bien se ha señalado (Azcárate y otros, 1998) es ambigua, compleja y habitualmente es considerada como un concepto obvio sin que su significado sea analizado con profundidad. Sus resultados plantean que determinados tipos de concepciones, pueden ser un obstáculo para la comprensión de la naturaleza probabilística de ciertos aspectos de la realidad. El concepto de suceso aleatorio, se presenta como un aspecto fundamental para contribuir al desarrollo de una cultura probabilística. La vida cotidiana está plagada de sucesos aleatorios, entre ellos están: los accidentes, el número de personas que acudirán a un concierto, sacarse la lotería o los viajes. Este tipo de sucesos, aun cuando muchos de ellos dependan de decisiones individuales, pueden ser estudiados como aleatorios. La capacidad de reconocimiento y tratamiento de los sucesos aleatorios depende del nivel de reconocimiento de la incertidumbre y la complejidad presentes en los fenómenos; es decir, de la comprensión de la noción de azar (Azcárate, et al., 1998).

Luego, existen razones para que los actuales currículos de matemática escolar incorporen el concepto de aleatoriedad y la noción de probabilidad como uno de los tipos de pensamiento matemático a desarrollar en la educación obligatoria, adoptando modelos didácticos que transitan desde la utilización, como recurso, del juego asociado a artefactos aleatorios, como las tómbolas, dados, monedas y ruletas hasta modelos de toma de decisiones en los que los métodos numéricos y la determinación del espacio muestral se constituyen en obstáculos (Vásquez, Parraguez, 2011), para el desarrollo de las difíciles situaciones escolares con las que se pretende relacionar la construcción del pensamiento probabilístico.

En los primeros niveles del ciclo básico, las actividades propuestas en los programas de estudio chileno, se centran en la recolección y organización de datos provenientes del juego aleatorio. Lanzamiento de dados, monedas y flechas giratorias, proporcionan contextos escolares en los que los niños se relacionan con el azar desde la infancia. En 4.° básico (niños de 9 a 10 años) las actividades curriculares plantean que los alumnos argumenten sobre lo predecible o no de un suceso, lo que claramente no es suficiente para reconocer su naturaleza aleatoria. En 6.° básico, las actividades se orientan a cuantificar la probabilidad de un suceso, la que se expresa mediante la fracción entre casos favorables y posibles. Para el recuento de estos casos se propone utilizar el diagrama de árbol. En este nivel la probabilidad cobra sentido en tanto se realizan experimentos aleatorios que dan origen a la frecuencia relativa del suceso (MINEDUC, 2012).

En esta descripción se pone en evidencia que la noción de aleatoriedad no se conceptualiza y queda en el estatus de una herramienta relacionada con el juego, mas no con lo impredecible (Méndez, Guzmán, 2016).

Por otra parte, los estándares profesionales, para profesores de educación básica, señalan la importancia de considerar las particularidades de los escolares en la preparación e implementación de la enseñanza. Entre estas se encuentran el desarrollo psico-cognitivo del alumno, sociocultural, sus experiencias como dominio de conocimientos, habilidades y competencias respecto a la disciplina.

Este aspecto, que en el último tiempo se ha considerado como fundamental para una enseñanza y aprendizaje significativo, contrasta con la debilidad de los conocimientos disciplinarios y pedagógicos de los profesores en esta área (Ortiz et al., 2012). Además, se ha informado sobre la dificultad de los profesores al enfrentarse a conceptos nuevos como los de probabilidad (Lopes, 2016). Por otra parte, se ha documentado que muchos profesores, por desconocimiento disciplinar, han fallado al implementar el enfoque experimental de la probabilidad, puesto que en las tareas propuestas sólo se han considerado muestras pequeñas en las que no se alcanza a apreciar la estabilización de la frecuencia (Stohl, 2005).

Se evidencia una problemática que relaciona las complejidades del saber a enseñar; la probabilidad; la débil preparación con la que enfrentan la enseñanza los profesores de educación básica, producto de una insuficiente formación en el área y la importancia de una formación ciudadana que permita a las personas tomar las mejores decisiones bajo incertidumbre en distintos ámbitos de la vida.

Se propone reproducir una situación adidáctica, como la concibe Brousseau (2004), que permita indagar en los conocimientos sobre aleatoriedad que surgen en la interacción de 20 alumnas de 10 años de una escuela municipal de Curicó frente a un juego de toma decisión bajo incertidumbre.

El objetivo que se pretende alcanzar es que las alumnas analicen los resultados obtenidos en sus juegos y que reconozcan que las decisiones tomadas frente al juego están influenciadas por el azar.

Conocer y describir el comportamiento de las estudiantes en actividad adidáctica, proporciona material para identificar situaciones que permitan construir con sentido la noción de azar y aleatoriedad y determinar sus relaciones.

Marco teórico

Este trabajo se inscribe en el enfoque teórico de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2004), quien buscando condiciones para el aprendizaje propone producir escenarios de aprendizaje de las nociones matemáticas, bajo la hipótesis de que las mismas no se construyen de manera espontánea.

El núcleo central de esta teoría es la noción de situación adidáctica, concebida por Brousseau como un medio de aprendizaje que no puede ser dominado de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por otra parte, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego. Esto significa que el alumno se relaciona, en forma autónoma, con el problema respondiendo al mismo en base a sus conocimientos, motivado por el problema; sin motivación didáctica ni intervención del profesor.

En toda situación adidáctica se distinguen tres fases: de acción, de formulación o comunicación y de validación, cada una con sus particularidades y además constitutivas de situaciones adidácticas.

Las situaciones adidácticas de acción se caracterizan porque la actividad del alumno hace emerger un modelo implícito (intuitivo, personal) que permite aproximarse a la solución del problema; en las interacciones existe intercambio de información no codificada entre el alumno y el medio, las producciones de los alumnos son en la mayoría de los casos, intuitivas y muchas de ellas al azar. Las situaciones de formulación se caracterizan por la emergencia de un lenguaje relativo al problema, existe producción de un mensaje e intercambios de información, entre pares y con el problema, con códigos específicos. En las situaciones de validación los alumnos están en condiciones de construir proposiciones, lo que permite el intercambio de juicios y la elaboración de pruebas.

Metodología

La metodología de investigación utilizada en este trabajo es de tipo cualitativa, utilizando algunas fases de la metodología ingeniería didáctica de investigación, tales como: análisis a priori –experimentación en clases– análisis de la experiencia y conclusiones.

Los informantes corresponden a 20 estudiantes de 5.° básico (10 y 11 años aproximadamente) de una escuela municipal de Curicó (Chile).

La situación corresponde a un juego diseñado por el equipo del IREM (Franche, Comte, 2007). El juego forma parte del medio adidáctico y la finalidad es determinar los conocimientos a priori y las representaciones que las alumnas movilizan sobre la noción de azar, aleatoriedad y la toma de decisión bajo incertidumbre.

Se indaga bajo el supuesto que "el conocimiento social del azar de los niños emergerá en sus producciones".

Para el juego se ha previsto que las alumnas trabajen en parejas con un conjunto de tarjetas, numeradas de 1 a 9. Cada niña sortea dos tarjetas que contienen cifras del 1 al 9 para formar números de dos cifras, al azar.

Las informaciones recogidas son analizadas, considerando las nociones de la Teoría de Situaciones Didácticas, contrato didáctico, medio didáctico, el proceso de devolución y las fases de las situaciones adidácticas.

El juego y sus reglas

Materiales del juego: tarjetas numeradas del 1 al 9, para cada pareja de niñas y una cartilla de juego para cada alumno, como la que muestra la Figura 1:

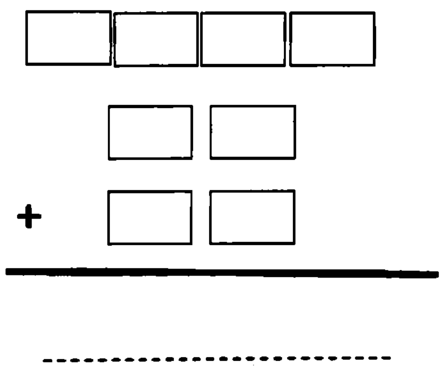


Figura 1: Cartilla de juego

Las reglas de juego

Se juega en parejas y ambas son contrincantes. Se ponen de acuerdo en quién revuelve las tarjetas, luego una estudiante de cada binomio, sortea una tarjeta al azar y la da vuelta para que ambas la vean. Ambas anotan el número en la primera posición de la barra de 4 lugares de la respectiva cartilla de juego y luego cada una decide el lugar en el que escribirá el dígito sorteado en la primera barra de dos columnas. A continuación, la contrincante del binomio sortea una segunda carta, la da vuelta y cada uno la coloca en la casilla disponible de la primera línea, con esto forman el primer número. Para el segundo número se vuelven a sortear otros nuevos números de la baraja, sin reponer los que ya se

 ISSN 0717-9618

jugaron y se colocan, individualmente, en las casillas más convenientes de la segunda línea. Se suman los números obtenidos y se coloca el resultado en la línea punteada, debajo de los números formados. Gana el que obtiene mayor resultado.

Características del juego: El juego es sin reposición, es decir una vez que se extrae una carta no sigue jugando. Esta es una variable didáctica que permite a los estudiantes, al comienzo de cada número a formar, pensar en el lugar que más conviene dar a las cifras en función de las tarjetas que quedan en la mano y de la probabilidad de formar números grandes.

El propósito de trabajar esta situación es involucrar a los alumnos en un universo probabilístico, permitiéndoles explicar con sus propias palabras los fenómenos a los que son confrontados.

Análisis a priori

Se espera que cada estudiante:

- Utilice los términos de azar, suerte, chance o análogos como los más adecuados para argumentar los resultados obtenidos.
- Establezca reglas de decisión bajo incertidumbre
- Cuantifique explícita y en su mayor parte implícitamente sus oportunidades de éxito.
- Aborde la noción de decisión bajo incertidumbre, en tiempo real, adaptando sus elecciones en función de los números sorteados.
- Deduzca reglas asociadas al juego y a la toma de decisiones.

Algunas reglas son:

A) Si primero se sortea el número más grande de los que hay en la mano entonces se coloca en la casilla de la izquierda.

B) Si primero se sortea el número más pequeño, se coloca en la casilla de la derecha.

Observación: El rol del profesor es, en todo momento, hacer explicitar estas reglas y organizar debates en la clase para obtener una justificación matemática, en el lenguaje de las niñas.

Experimentación

En la experimentación la profesora forma parejas de estudiantes y explica las reglas del juego. Entrega cartillas de juego a cada estudiante y realiza una partida con ellas para aclarar dudas. Tiempo 5 minutos.

Teóricamente, la clase se desarrolla en fases de acción, formulación y validación propuestas por la TSD. Además, la profesora gestiona puestas en común, en las que se analizan las decisiones sobre la posición de las cifras en las casillas que forman un número al azar.

La fase de acción se inicia en el minuto 11 y su propósito es adquirir habilidad en el uso de las reglas del juego y que eventualmente elaboren una estrategia ganadora. Para esta fase la profesora propone jugar cinco partidas. El tiempo didáctico fue aproximadamente 15 minutos.

La importancia de esta fase es que las alumnas realizan preguntas sobre las condiciones del juego, con esto consolidan su dominio sobre las reglas para jugar.

Durante esta fase una niña preguntó si ambas contrincantes tienen que colocar las cifras en la misma casilla. Lo que refleja que en la fase de acción aún no se han consolidado las reglas y que no tiene conciencia de que es una competencia en la que hay ganadores.

Al terminar esta fase la profesora, designada por 'P', revisa en voz alta con las niñas los resultados. P solicita a las niñas que levanten la mano las que ganaron, las cuenta y organiza una puesta en común, que se describe a continuación. Ai representa intervenciones de las alumnas.

P: Las que ganaron, ¿con qué puntaje lo hicieron? Ánota en la pizarra.

P: A12 gano con 74. Los que están aquí (indica la pizarra) son algunos ejemplos de niñas que ganaron. Ahora les pregunto, ¿Quiénes obtuvieron algunos de estos resultados y perdieron?

A3: Yo obtuve 74 y perdí.

P: ¿Quién perdió con algunos de los números anteriores?

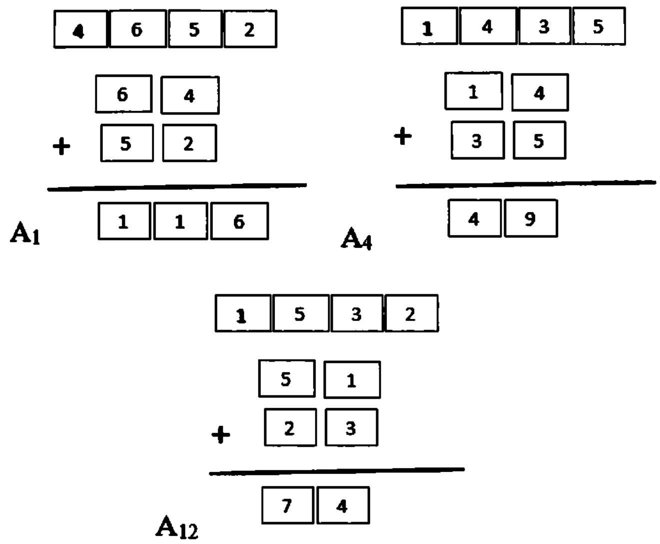
P (dirigiéndose a A14): A ti te dio 86 y perdiste; ahora dirigiéndose a A7 a ti te dio 86 y ganaste, ¿a quién le dio 86 y empató?

A12: A mí; A2: A mí.

P: niñas, ¿cómo es el juego?

Silencio...

A1: con 116	A6 y A5: 111	A9: 115	A12: con 74	A4: con 49



Figuras 2: Jugadas de A1, A4 y A12

A17: Con 108	A19: Empatamos. A20: Con 116

En el tiempo didáctico del minuto 38, P pregunta: ¿Hay algún método para ganar?

A4: Sí, porque se puede colocar la cifra más grande en el primer lugar (casillero izquierdo de cualquiera de las filas con dos espacios).

A9: Colocarlos en diferentes lugares, sumarlos y colocar el resultado.

Para A4 y A9 estas son estrategias que probablemente en el juego las hicieron ganar. La estrategia de A9 claramente es ubicar las cifras al azar, la que en el transcurso del juego no la hará ganar. En este caso no se toma la mejor decisión para tener más oportunidad de ganar. Estamos en presencia de un razonamiento que, por lo inicial del juego, no toma en cuenta las informaciones provenientes de los datos.

Fase dos:

En esta fase se vuelve a jugar 6 nuevas partidas pero con tarjetas del 3 al 9. En este sentido hay un cambio de contrato didáctico.

Durante el juego, algunas niñas se sorprenden porque ahora hay sumas mayores de 119.

Para la puesta en común, P pegunta y escribe en la pizarra: ¿Qué hay que hacer para colocar la primera cifra?

A7: Cada compañera saca dos cartas y si le salen números mayores los ubica en el primer cuadro.

A15: Y el resultado mayor lo coloca en el primer cuadrito.

Se refiere las casillas

P: ¿En que té fijas tú para ubicar los números en las casillas?

A7: En el número más grande.

P: Pero como sabes tú que ese número es el más grande.

A7: Hay que esperar a que salgan todas las cartas y después ubicarlas.

Esta respuesta pone en evidencia que algunas niñas modifican el juego, utilizando reglas propias.

A7: Sacar una carta para conocer la cifra. Por ejemplo, en el primer casillero puedo colocar el número 9, 6 o 7, cualquiera sirve...

P pregunta: ¿Quién tiene otra regla?

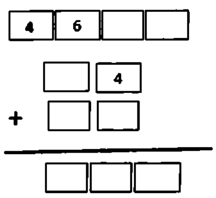
A15: Primero se saca una carta y la coloca en los casilleros de arriba. Si a la compañera le sale el 9 lo coloca en el casillero de arriba y en el primero de abajo (posición de la decena).

Luego de la fase dos se aprecia que las niñas han encontrado reglas comunes que utilizan para decidir el lugar que darán a las cifras sorteadas: "Si la cifra es grande se coloca en la casilla de la izquierda" en el lugar de las decenas.

Preguntas finales:

P: Si la primera carta hubiera sido el 4, ¿en qué lugar la habrían ubicado?

A6: En el primero de los cuatro y en el segundo de los



de abajo.

P: ¿Cuál podría ser el método más conveniente para ganar?

A3: Poniendo los números más grandes primero.

P: ¿Pero siempre voy a ganar siguiendo ese método?

A8: Nooo porque tengo que superar el número de la compañera.

P: ¿Siempre se puede superar el número de la compañera?

A2: No, porque de repente a la compañera le sale esa carta y nosotros queremos usarla y no se puede.

A6: Por ejemplo en la primera me salió el ocho y yo después quiero volver a ocupar el ocho pero no puedo porque ella ya lo uso. No se puede utilizar el ocho

P: Pero tú también puedes usar el ocho porque el número sale para las dos. No jugaron así.

A6 (moviendo la cabeza dice): No.

P: ¿Hay otro método?

A5: Escoger los números mayores para tener un mayor número.

P: ¿Cuáles son los números mayores para ti?

A5: El 9, el 8 el 7.

Casi al final de la clase surge una regla en el lenguaje de las niñas, parafraseando en un lenguaje más formal: "Si la cifra es grande (7, 8 o 9) se coloca en el lugar de las decenas y si es pequeña en el lugar de las unidades".

P: ¿Siempre puedo escoger esos números?

Algunas niñas: No.

P: ¿Por qué?

A5: Porque las cartas están vueltas.

A9: Y así uno no sabe qué va a sacar.

A10: Se saca a la chuña.

A11: Al achunte.

A5: Se saca a la suerte de la olla. Tendría uno que ver las cartas para sacar el número mayor

A9: Pero eso es hacer trampa. Y no sería divertido.

En esta parte del episodio las alumnas A10, A11 y A5 han develado la naturaleza aleatoria del juego, expresada en el lenguaje infantil, "el juego es al achunte, a la chuña y a la suerte de la olla".

En este sentido el medio didáctico, el juego, fue un catalizador para hacer emerger nociones de aleatoriedad y darle significado en el lenguaje de las niñas.

Análisis de resultados

En la fase de acción las alumnas han jugado y emergen las primeras reglas de decisión, una de ellas considera "ubicar la cifra más grande en la posición de las decenas" y la segunda es "ubicar los números al azar". Además, han tomado conciencia que en un juego particular en el que una compañera ha ganado, otras con el mismo resultado pueden haber ganado, perdido o empatado.

En la fase de formulación las alumnas se han dado cuenta que la ubicación de las cifras depende de su valor. En este sentido ubicar al azar no siempre les permite ganar. En esta fase se perfecciona la primera regla de acción y es aceptada por el grueso de la clase.

Existen casos específicos de alumnas que utilizan reglas propias no consideradas en el juego, en este sentido el juego se desvirtúa y no les permite a las niñas declarar reglas pertinentes al juego.

Las devoluciones de la profesora han permitido a las niñas tomar decisiones bajo incertidumbre, elaborar reglas de decisión y seleccionar en el lenguaje natural expresiones que caractericen al juego como aleatorio, como fue previsto en el análisis apriori. Estas expresiones dan significado infantil a la compleja noción de aleatoriedad.

Conclusiones

Desde la perspectiva teórica se ha reproducido un escenario de aprendizaje en el que han emergido significados de aleatoriedad en niñas de 10 años, asociados a palabras propias de su lenguaje natural.

Los episodios descritos permitieron observar, que el medio de la situación de aprendizaje solo fue dominado al final de clase. La situación se reprodujo, a través del juego, en todo momento sin develar la naturaleza aleatoria del juego.

Los conocimientos aritméticos de las niñas jugaron como medio para establecer reglas de decisión para ganar. En efecto en la fase de acción aparecieron las primeras reglas, las que corresponden a estrategias que las hicieron ganar en las primeras partidas. Son reglas que emergen en la acción y que carecen de justificación analítica.

En la reproducción del juego se observa además como el medio sanciona las decisiones de las jugadoras, y lo que se obtiene al final de la clase es una regla aceptada por la mayoría. La sanción negativa del medio sobre las niñas, durante el desarrollo de la clase, les permite desechar la regla de acción "colocar las cifras en diferentes lugares, sumarlos y colocar el resultado".

Finalmente, la situación propuesta se inscribe en una concepción de la enseñanza que asigna un lugar importante a la experimentación, a la resolución de problemas y al juego como recurso didáctico, el que a través de sus reglas permite la elaboración de estrategias óptimas, que son en educación matemática, prueba del aprendizajes por parte de quien juega. El sentido del juego, para el profesor, es la construcción de una noción matemática y para los niños es el hecho de poner a prueba estrategias personales que se modifican en los intentos para ganar.

Por otra parte, se pone en evidencia un modelo de gestión de clases específico para un determinado nivel de enseñanza.

Bibliografía

Azcárate, P., Cardeñoso, J.M. Porlán, R. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. Enseñanza de las Ciencias 16 (1), pp. 85-97.

Brousseau, G. (2004). Théorie des Situations Didactiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, pp. 58-59.

Groupe Élémentaire IREM de Franche Compté, 2007, ¿Qui peut le plus? Introduction de l'aleatoire en cycle 3, Grand N.° 80, pp. 43-58,

Méndez, T. Guzmán, I. (2016). Aproximación Intuitiva a la Aleatoriedad, el caso de Alumnos de 13 y 14 años de un Liceo Municipal. Bolema, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, pp. 1145-1164, dez.

MINEDUC (2008). Marco para la Buena Enseñanza.

MINEDUC (2012). Bases Curriculares ciclo básico - Programas de curso ciclo básico.

Ortiz, Batanero, Contreras (2012), Conocimiento de futuros profesores sobre la idea de juego equitativo, Relime 15, 1, pp. 63-91.

Parraguez, Vásquez (2011). Construcción del concepto Probabilidad: Una mirada perspectiva desde la teoría APOE, 25 ALME, pp. 573-581.

Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. En G. Jones (Ed.). Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning, pp.345-366. New York: Springer.