

Elisabeth Ramos, Alberto Mora, Iris Pichuante, Isabel Núñez | págs. 160 - 188

Articulación de material concreto y tecnológico, una experiencia de éxito desde los registros de representación semiótica

Elisabeth Ramos Rodríguez¹
Alberto Mora Silva²
Iris Pichuante Argandoña³
Isabel Núñez Carbullanca⁴

RESUMEN

Este trabajo se focaliza en un material educativo que articula lo concreto y digital que está dentro del mercado tecnológico educativo de Chile y algunos países de Latinoamérica. Con la premisa de que el uso y conversión de dos o más registros de representación semiótica de un concepto implica la comprensión del concepto, nos planteamos como objetivo estudiar el material mencionado, en términos de los registros de representación y su impacto en la comprensión de las tablas de multiplicación de números naturales al emplearlo con alumnos chilenos de 8 a 10 años. Con una metodología cuantitativa, analizamos el material considerado y las producciones de los alumnos al trabajar con dicho material durante una clase. Los resultados arrojan que el material considera una variedad de registros de representación, de tratamiento y conversión de éstos, y además, tienen una influencia positiva en la comprensión de conceptos matemáticos al implementarlo en una clase.

Palabras clave: Material concreto y tecnológico, registro de representación semiótica, multiplicación de números naturales.

Articulating concrete material and technology, a successful experience from the semiotic representation registers

ABSTRACT

This work focuses on educational material that articulates the concrete and digital is within the educational technology market in Chile and some Latin American countries. With the premise that the use and conversion of two or more records of semiotic representation of a concept involves understanding of the concept, we consider the objective of studying the material mentioned, in terms of representation registers and their impact on the understanding of the multiplication of natural numbers to use it with Chilean students 8-10 years. With a quantitative methodology, analyze the material considered and the productions of the students to work with the material for a class. The results show that the material considered a variety of registers of representation, processing and conversion of these, and also have a positive influence on the understanding of mathematical concepts, when implemented in a class.

Keywords: Concrete material and technological, semiotic register of representation, multiplication of natural numbers.

Fecha de recepción: 27 de mayo de 2013

Fecha de aceptación: 15 de julio de 2013

¹ Doctora (c) en Ciencias de la Educación (Didáctica de las Matemáticas) de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

² Director de Investigaciones y Desarrollo de Efecto Educativo, Chile.

³ Encargada Unidad de Investigación y Evaluación de Efecto Educativo, Chile.

⁴ Asesora Técnica Pedagógica de Efecto Educativo, Chile.

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

El uso de material manipulativo para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en especial en los primeros niveles de enseñanza es una materia no cuestionable desde hace ya varias décadas (Gattegno, 1967; Castelnuovo, 1970; Pestalozzi y Cabanas, 1982). Pestalozzi en el año 1819 (Pestalozzi y Cabanas, 1982), propone el uso de material manipulativo para el aprendizaje de las matemáticas; Puig Adam, impulsa el uso de materiales y recursos en España para la enseñanza de la geometría; Gattegno, en los años 60, indica que la percepción y la acción son la base del pensamiento matemático, involucrando el uso de materiales. Emma Castelnuovo, en los años 70 nos afirma que el uso de materiales manipulativos permite una concepción dinámica del aprendizaje. Posteriormente se produce una generalización del uso de este tipo de materiales en el aula. Autores como Canals (1997) y Alsina, Burgués y Fortuny (1987), tienen publicaciones significativas en este campo. En el contexto chileno, un estudio reciente (Valenzuela, 2011), nos muestra cuánto y cómo emplean material manipulativo docentes de enseñanza básica.

Por otra parte, los nuevos desafíos que se presentan en educación van ligados al uso de tecnología en el aula. Existen diversas experiencias sobre el uso de material digital, algunas de ellas, intentan “digitalizar” el material concreto (Tárraga, 2012) y otras, que

emplean software que son diseñados netamente con fines matemáticos, como el software Mathematica (Williner, 2011). García, Reyes y Rojas (2011), presentan las diversas fortalezas y dificultades que tiene el uso de pizarras digitales en términos de la interactividad con que se implementan en el sistema educativo. Destacamos además otro tipo de experiencias con material digital, sustentadas en un enfoque constructivista, proporcionando al niño experiencias mediadas de aprendizaje que fomenten la adquisición de estrategias y la autorregulación del aprendizaje (Cuadrado y Fernández, 2009). Afortunadamente existe abundante evidencia a nivel de investigaciones que demuestra el impacto positivo que la tecnología puede tener en educación, Schacter (1999) resumió seis grandes estudios en informática educativa que muestran resultados positivos del impacto de las NTIC en el aprendizaje de los alumnos, entre éstas se encuentra el estudio nacional de Harold Wenglinsky (1998) sobre el impacto de las tecnologías en el rendimiento en matemáticas.

Entre estas dos vertientes (lo manipulativo y lo digital), han surgido en los últimos años propuestas innovadoras que intentan articular ambos materiales, focalizando en algún tópico matemático, como es la experiencia de Teixidor (2010). En el caso chileno, el proyecto Enlaces Matemática, liderado por el Gobierno, entre los años 2005 y 2007, entregó diversos materiales, tanto para el alumno como el profesor, en lo que se consideran

materiales tanto manipulativos como digitales. Dentro de sus resultados mencionan que si bien los recursos son importantes y pueden causar efectos significativos en el aprendizaje, por si mismos no bastan para hacerlo (Miranda y Villarreal, 2010).

Destacamos las ideas de Miranda y Villarreal, ampliándola a ambos materiales (digital y manipulativo):

Para lograr mejores resultados de aprendizaje se requiere de un modelo curricular que integre naturalmente la tecnología e involucrando a profesores y estudiantes en el marco de diferentes estrategias y recursos que se disponen en la sala de clases (Miranda y Villarreal, 2010:1).

Bajo esta perspectiva, presentamos una propuesta que considere un material de esta índole, manipulativo y digital, pero que atienda a la articulación de éstos de manera natural en la sala de clases, es decir, que un material no sea ajeno al otro en la enseñanza de las matemáticas y que su adecuación sea supeditada por el cuidado del docente que está al control de la clase considerando el currículo chileno.

Esto tiene dos connotaciones:

la articulación de los materiales con fines educativos (lo que llamaremos "laboratorio temático"), y
la adecuada utilización del material según el currículo chileno.

Parece ser que ambos elementos son relativos al docente, pero nuestra perspectiva se basa

en no individualizar la propuesta, si no que sea plausible aplicarla independiente del docente, aun así respetando su individualidad y forma de realizar su práctica. Esto es lo que conformará la intervención educativa, es decir, la enseñanza planificada según los dos puntos anteriores. Cabe destacar que nuestro foco de atención no es el docente, si no que más bien, el estudiante, a través del aprendizaje que se manifiesta con este modelo de intervención.

Para este estudio, este aprendizaje lo focalizaremos en un tópico matemático, la multiplicación de números naturales, por lo que es menester mencionar la variedad de estudios existentes en esta área temática en relación al uso de materiales manipulativos, específicamente los de Barreto y Herrera (2009), Almache (2009), y en Chile, por ejemplo, el ver Rodríguez, Pino y Aliaga (2012). En el caso de materiales digitales respecto al tópico matemático considerado tenemos el trabajo de Tárraga (2012) y Guañuna (2012), entre otros.

Así, en virtud de lo presentado, se pretende llevar a cabo una investigación de tipo cuantitativa, con objeto de estudiar un material que conjuga lo digital y manipulativo en términos de los registros de representación, y su impacto en la comprensión de las tablas de multiplicación de números naturales al emplearlo con alumnos chilenos de 8 a 10 años.

Los objetivos específicos propuestos son:

Identificar los registros de representación que presenta el material.

Describir cuantitativamente los logros de aprendizaje de las tablas de multiplicación de números naturales, a través del uso del material con alumnos entre 8 y 10 años.

Identificar y describir las relaciones de implicatividad al usar el recurso ("laboratorio temático") respecto al aprendizaje de las tablas de multiplicación de números naturales, con alumnos entre 8 y 10 años.

A continuación detallaremos los elementos teóricos que sustentan el estudio.

MARCO DE REFERENCIA

Nuestro marco de referencia se basa en la teoría de registros semióticos de Duval (1999), de la que detallaremos sus aspectos principales. Esta teoría incluye el uso de registros (sistemas semióticos con sus propias leyes y signos) y las representaciones que están dentro de ellos. En matemáticas, tenemos una variedad de registros semióticos, para nuestro trabajo consideraremos los siguientes tipos de registros de representación:

El registro verbal, con sus representación oral y escrita;

El registro aritmético, que combina números, operaciones y símbolos; cuyas representaciones dependen del universo numérico donde se trabaja, es decir representación natural, fraccionaria, decimal, exponencial, etc.

El registro algebraico, que combina números, letras, operaciones y símbolos, con representación axiomática (que representa propiedades, axiomas, etc.), algebraica fraccionaria, algebraica decimal, simbólico, conjuntistas, funcional, etc.

El registro tabular, por medio de tablas, contando con representaciones bidimensional o más;

El registro gráfico, con las representaciones: recta numérica, plano cartesiano o en tres dimensiones u otro;

El registro geométrico, en la enseñanza básica relativo a la geometría euclídeana;

El registro en base a diagramas o esquemas, con representaciones con mapas conceptuales, esquemas conceptuales, etc.;

El registro concreto, en base a representaciones con material manipulativo, digital o escrito;

El registro pictórico o figural, en base a figuras, como la representación puntual o matriz de puntos;

Duval (1999) afirma que el uso de distintas representaciones en la enseñanza de las matemáticas influye en la actividad conceptual de éstas, es decir, la actividad conceptual implica la coordinación de registros de representación. Además, nos menciona que los distintos registros de un objeto matemático, aportan diferentes aspectos sobre el objeto en cuestión, toda representación es cognitivamente parcial en relación con lo que ella representa y las representaciones de registros diferentes no representan los mismos aspectos de un mismo contenido conceptual. Existe una necesidad de contar con varios sistemas semióticos de representación para la actividad matemática, ya que cada sistema proporciona medios específicos de representación y tratamiento para éste. La aprehensión del objeto matemático es por medio de las representaciones semióticas, esto se basa en la ley fundamental del funcionamiento cognitivo: "...no hay noesis sin semiosis" Duval (1999). Es decir, es imposible

aprehender conceptualmente un objeto sin antes haber adquirido la representación por medio de signos.

Dos nociones importantes debemos destacar de la Teoría de Registros de Representación Semiótica: tratamiento y conversión. La adquisición de los conceptos matemáticos es una aprehensión conceptual y la actividad con los conceptos matemáticos sólo se da a través de la coordinación de las representaciones semióticas, es decir, un concepto matemático visto en sus diferentes representaciones proporcionará información específica, dando solidez al concepto. Al respecto, Duval, afirma:

“La comprensión de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión” (Duval, 1999:186).

Es decir, coordinación y conversión (transformación) de registros. La aprehensión conceptual de un objeto matemático sólo se logrará si existe actividad (cognitiva) con registros de representación, la cual deberá realizarse con la coordinación de al menos dos de ellos.

Por otra parte, una forma de percibir la aptitud del estudiante para realizar la conversión, en especial, del registro gráfico al algebraico, es la capacidad de visualización; de aquí la importancia de implementar actividades para fortalecer esta habilidad, sin dejar de lado la formación y el tratamiento de

las representaciones. La visualización es la capacidad cognitiva de reconocer en un registro de representación las reglas con las cuales fue construido el objeto en los distintos registros (y los índices respectivos), de tal manera que la información le permita realizar la conversión a otro registro.

Considerando estas ideas fundamentales, pasamos a articularlas con la utilización de tecnología.

La utilización de un material manipulativo y/o digital puede ser un medio de aprendizaje al igual que un libro o un video, pero una ventaja relevante está en el nivel de interactividad que producen estos medios. Además de ellos, y en el contexto de este trabajo hay ciertas ventajas relacionadas con los registros de representación que movilizan (Ramos, 2012; Reyes y Ramos, 2010), en particular:

Abundancia de representaciones. Algebraicas, tabulares y gráficas, lo que permite la conversión bidireccional, entre registro diferentes. El registro tabular ayuda la visualización de ciertos objetos matemáticos.

Exploración en las representaciones: por ejemplo, cuando se trabaja con la pizarra interactiva, es posible “manipular” y “transformar” algunas representaciones.

Visualización, la existencia de software como Geogebra y otro de cálculo simbólico, con capacidades de representación extraordinariamente versátiles e interactivas,

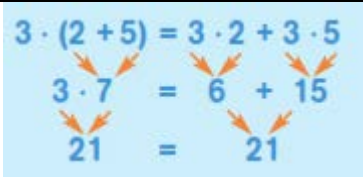

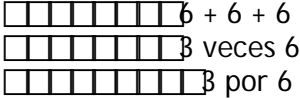
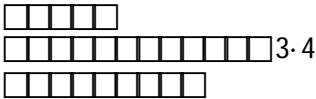
aplicables en todos los campos imaginables de la matemática actual, cambia nuestra forma

de practicar tanto las actividades de aula como las de la interacción enseñanza-aprendizaje a todos los niveles. Esta tendencia actual no se le adivina el límite (De Guzmán, 1996).

Por último, pasamos a ejemplificar (Tabla 1) los registros de representación para el tema de la multiplicación de números naturales.

Tabla 1: Ejemplos de registros para la multiplicación de números naturales

Registro	Ejemplo	Explicación																																								
Tabular	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Sumando</th> <th>Multiplicación</th> <th>Producto</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3+3+3+3</td> <td>.....</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>.....</td> <td>.....</td> <td>130</td> </tr> <tr> <td>.....</td> <td>7·5</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table>	Sumando	Multiplicación	Producto	3+3+3+3	130	7·5	En la explicación de la multiplicación como adición repetitiva del mismo número, con una representación tridimensional																												
	Sumando	Multiplicación	Producto																																							
3+3+3+3																																								
.....	130																																								
.....	7·5																																								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>.</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>100</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1000</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										100										1000										Tablas de multiplicar, con una representación bidimensional o más dimensiones
.	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																	
10																																										
100																																										
1000																																										
Verbal	"sumar un número tantas veces como lo indica un segundo número" (definición de multiplicación como suma repetitiva)																																									
Numérico	$\begin{array}{r} 324 \cdot 5 \\ 20 \\ 100 \\ +1500 \\ \hline 1624 \end{array}$	Representación algorítmica del algoritmo de la multiplicación.																																								
	$4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5$	Representación con sumas repetitivas																																								
Gráfico	<p>Ejemplo: $2 + 2 + 2 = 6$ \rightarrow $3 \cdot 2 = 6$</p>	representación de la recta numérica																																								

<p>Diagrama o esquemas</p>		<p>Representación de diagrama de flechas</p>
<p>Algebraico</p>	$17 \cdot 4 = \square \quad 3 \cdot \square = 21$	<p>Al nivel cognitivo de 4° año de primaria, la incógnita se representa por el espacio a rellenar o un cuadrado como muestra el ejemplo.</p>
<p>Concreto</p>		<p>Representación manipulativa: la tabla 100</p>
		<p>Representación concreta escrita</p>
<p>Pictórica o figural</p>		<p>Representación de matriz de puntos</p>

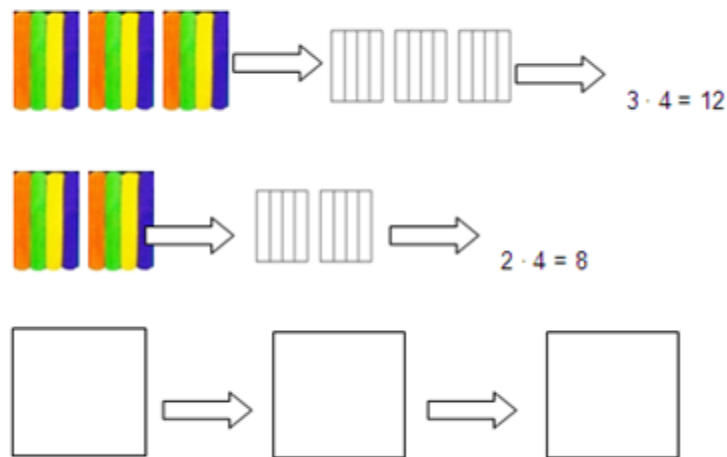
Como se ha mencionado antes en este documento, hay ciertos procesos que se llevan a cabo al usar registros, en específico nos referimos al tratamiento y conversión. La Figura 1 muestra un ejemplo, en relación al tema de la multiplicación.

En este ejemplo, el alumno con un mismo objeto matemático: el producto $1 \cdot 4 = 8$, debe hacer uso de tres tipos de registros: el concreto, pictórico (en forma de bloques) y el

aritmético (escrito en forma multiplicativa). Esto hace que la tarea demande el proceso de conversión de registros.

Si además se le pidiera al alumno expresar en sumas repetitivas la multiplicación asociada en cada caso, el trabajo estaría dentro del registro aritmético, por lo que el proceso llevado por el alumno es de tratamiento del registro aritmético, en específico, aritmético aditivo y aritmético multiplicativo.

Irma tiene una forma de obtener los números de palitos de helados como muestra la figura:



Completa los cuadrados para continuar la secuencia de Irma.

Figura 1. Ejemplo sobre uso de registros en la multiplicación de números naturales

METODOLOGÍA

Para efectos de orden, hemos dividido este apartado en tres grandes áreas: la especificación del tipo de investigación y estudio, el contexto y los instrumentos de recogida y análisis de información.

TIPO DE INVESTIGACIÓN

Este trabajo se enmarca dentro de las

investigaciones cuantitativas, con un diseño cuasiexperimental, con aplicación de un control antes y después a un grupo de individuos intactos (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Es cuasiexperimental porque no se selecciona al azar el grupo, si no que su selección obedece a las condiciones existentes en el establecimiento escolar donde se realiza la investigación. Su esquema más sencillo sería el de la Figura 2.

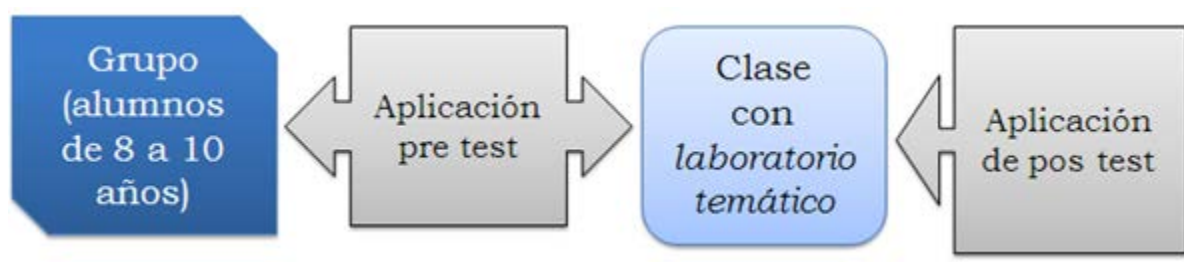


Figura 2. Etapas metodológicas de la implementación

El “laboratorio temático” es la variable independiente que consideraremos. Las variables dependientes son los registros de representación semiótica.

La variable dependiente, “registros de representación semiótica”, se refiere a los tres procesos que intervienen en el uso de los registros de representaciones presentados en el marco teórico, es decir, tratamiento y conversión de registros, en particular: verbal, gráfico, numérico, algebraico.

La variable independiente, “laboratorio temático”, consiste en el uso del “laboratorio temático” dentro del proceso de enseñanza de la multiplicación de números naturales. La enseñanza de la profesora interventora junto con este “laboratorio temático”, conforman el proceso de intervención educativa. El “laboratorio temático”, diseñado por la empresa Efecto Educativo⁵, para alumnos de enseñanza básica, consiste en un conjunto de materiales didácticos (junto con orientaciones didácticas para el docente) que trabaja de manera progresiva los contenidos. Combina sistemas de experimentación concretos con sistemas interactivos digitales, promoviendo, espacios de indagación y planteamiento de conjeturas a partir de problemas matemáticos y problemas contextualizados, considerando la elaboración de conclusiones personales y grupales, junto con un rol activo y

participativo de los alumnos en sus procesos de aprendizaje.

EL CONTEXTO Y SUJETOS DEL ESTUDIO

Este estudio se ubica dentro de una investigación mayor, que involucra una intervención educativa de un mes de duración, dentro del colegio Santa Juliana⁶ de la Región Metropolitana de Chile, con alumnos de 4° año de enseñanza básica.

Dentro de este estudio, nos hemos focalizado en la primera clase de la intervención, cuyos principales aspectos son:

Objetivo: recordar y/o reforzar conocimientos previos sobre la multiplicación de números naturales, en específico, “demostrar que comprenden las tablas de multiplicar hasta 10 de manera progresiva” (Ministerio de Educación de Chile, MINEDUC, 2012), usando representaciones concretas y pictóricas, expresando una multiplicación como una adición de sumandos iguales y aplicando los resultados de las tablas de multiplicación hasta 10x10, sin realizar cálculos.

Tiempo: 90 minutos.

Participantes:

Activos: 33 alumnos de un cuarto básico del colegio y una profesora capacitada en el uso del “laboratorio temático”.

Pasivos (solo como observadores): la profesora del curso y la jefa de unidad técnica pedagógica del establecimiento.

⁵ Efecto Educativo es una empresa que ha trabajado en proyectos educativos gubernamentales aportando con sus laboratorios temáticos. Por ejemplo, ver Rodríguez, Pino y Aliaga (2012).

⁶ Agradecemos el apoyo otorgado por el Director del Establecimiento para realizar esta investigación y también a los alumnos y apoderados que accedieron al estudio.

Los participantes activos “alumnos” son nuestros sujetos de estudio, rescatando de ellos sus producciones en los controles inicial y final de la clase.

INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN

Para recoger la información hemos elaborado dos instrumentos, un control para aplicar antes de empezar la clase y un control para aplicar al finalizar la clase. Estos instrumentos fueron diseñados considerando el marco teórico de nuestro estudio, es decir, contemplando los diversos usos de los registros de representación, su tratamiento y conversión. Fueron validados mediante juicio de experto y mediante la aplicación a un grupo de estudiantes, para observar anomalías, confusiones, etc. Ambos instrumentos contienen dos preguntas similares en formato (anexo 1), resguardando el tipo de exigencia en términos del uso de registros de cada ítem, como lo expresa la Tabla 2⁷.

Para simplificar la utilización del software hemos duplicado cada código considerando la presencia o no del material. Así por ejemplo, el código Ar(ad,nat_mult) nos indica el tratamiento del registro aritmético y multiplicativo realizado (o no) por el alumno en el control inicial, mientras que el código TAr(ad,nat_mult) se refiere al mismo

tratamiento hecho (o no) por el alumno, pero en el control final.

INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS DE INFORMACIÓN

Para analizar la información hemos considerado dos subanálisis. El primero en términos de los valores arrojados directamente de los resultados de ambos controles, es decir, los porcentajes de logros en cada uno. El segundo a través del análisis implicativo empleando el Software de Análisis Estadístico Implicativo, CHIC, que permite estructurar y sintetizar los datos procesados buscando relaciones implicativas entre ellos (Gras, 1996). A continuación explicaremos a grandes rasgos las características centrales de dicho software.

El análisis estadístico implicativo de datos se debe entender en el siguiente sentido: $a \rightarrow b$ cuando tal actitud a se acompaña o le sigue, como consecuencia o no, de tal actitud b (Orús, Zamora y Gregori, 2009).

Se seleccionó este software ya que su característica principal es buscar de manera óptima las relaciones implicativas entre variables, en nuestro caso, el uso del material y el uso de registros de representación.

⁷ Se han colocado además los códigos para cada uno de los usos para el análisis.

Ubicación en control	Tratamiento	Conversión
Pregunta 1, Fila 1, col 2		Del Concreto al Pictórico (bloques) Conv[Co_Pi(bloq)]
Pregunta 1, Fila1, col 3		Del Concreto al Aritmético (aditivo) Conv[Co_Ar(ad)]
Pregunta 1, Fila1, col 4		Del Concreto al Aritmético multiplicativo Conv[Co_Ar(mul)]
Pregunta 1, Fila 1, col 5		Del Concreto al Aritmético natural Conv[Co_Ar(nat)] Del Aritmético al Concreto
Pregunta 1, Fila2, col 1		Conv[Ar(mul)_Co]
Pregunta 1, Fila 2, col 2		Del Aritmético multiplicativo al Pictórico (bloques) Conv[Ar(mul)_Pi (bloq)]
Pregunta 1, Fila 2, col 3	Aritmético, multiplicativo y aditivo Ar(mult_ad)	
Pregunta 1, Fila 2, col 5	Aritmético, multiplicativo y natural Ar(mult_nat)	
Pregunta 1, Fila 3, col1		Del Pictórico (bloques) al Concreto Conv[Pi(bloq)_Co]
Pregunta 1, Fila 3, col32		Del Pictórico (bloques) al Aritmético (aditivo) Conv[Pi(bloq)_ar(ad)]
Pregunta 1, Fila 3, col4		Del Pictórico (bloques) al Aritmético (multiplicativo) Conv[Pi(bloq)_Ar(mult)]
Fila 3, col 5		Del Pictórico (bloques) al Aritmético (natural) Conv[Pi(bloq)]_Ar(nat)
Pregunta 1, Fila 4, col 1		Del Aritmético (aditivo y natural) al Concreto Conv[Ar(adit,nat)_co]
Pregunta 1, Fila 4, col 2		Del Aritmético (aditivo y natural) al Pictórico (bloques) Conv[Ar(adit.nat)_Pi(bloq)]
Pregunta 1, Fila 4, col 4	Atirmético aditivo y multiplicativo Ar(ad,nat_mult)	
Pregunta 2		Del Verbal al Aritmético (natural) Conv[ver_Ar(nat)]

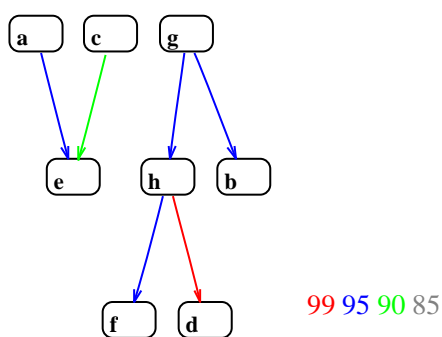
Tabla 2: Correspondencia de preguntas y registros de representación

El grafo implicativo, es un grafo en el cual las variables que poseen una intensidad de implicación superior a un cierto índice (de preferencia sobre el 90%) están ligadas por

una flecha que representa la implicación. Se pueden seleccionar índices diferentes marcados en el grafo con distintos colores y estos valores los puede disponer el usuario

como lo desee. Estos datos, CHIC los puede recuperar fácilmente, de manera que están disponibles para diferentes exploraciones y modificaciones (variables, talla de las flechas) del usuario. Una opción relevante que permite el CHIC es conservar la frecuencia de ocurrencias y el usuario decidirá conservar aquellas que tienen un alto soporte (cercano al 90% o más) y suprimir las de bajo soporte (ya que significan una implicatividad baja), lo que es de utilidad para la interpretación de resultados.

La implicación entre un ítem y otro se interpreta en el sentido de que si un estudiante es capaz de resolver correctamente un ítem, entonces mejora su probabilidad de resolver correctamente otro implicado por aquél (Figura 3), en el que se utilizó, índices implicativos de 99%, 95%, 90% y 85% respectivamente.



Graphe implicatif : C:\ejemplo.csv

Figura 3: niveles y nudos significativos en un grafo implicativo

Es posible, además, elegir una zona de trabajo por defecto y hacerla evolucionar en el curso del estudio. Finalmente, CHIC permite

salvaguardar diferentes estados de un grafo (disposición de variables, índices de implicación, selección o no de alguna variable), y así poner en evidencia diferentes partes del grafo.

ANÁLISIS

El análisis llevado a cabo, tiene dos perspectivas:

Observando el uso registros de representación, desde su tratamiento y conversión (Duval, 1999), con intención de percibir la riqueza del material en relación a la comprensión de los conceptos involucrados. Este ítem apunta al objetivo específico 1 del estudio.

Realizando un análisis de las producciones de alumnos entre 8 a 10 años que dentro de sus clases han usado el material, con intención de observar el impacto del uso del material en la comprensión de las tablas de multiplicación de números naturales. Este ítem apunta al objetivo específico 2 y 3 del estudio.

EL "LABORATORIO TEMÁTICO", USO DE REGISTROS, TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN

Para profundizar en el análisis del material, hemos considerado tres perspectivas:

Revisión e identificación de uso de registros y representaciones en cada página.

Análisis detallado del proceso de conversión.

Análisis de algunas páginas.

Estas perspectivas las abordaremos a continuación.

a) Revisión e identificación de uso de registros y representaciones en cada página

Al analizar las páginas se diseña la Tabla 3 que muestra los distintos registros y representaciones usados en cada página, considerando los procesos de tratamiento y conversión

Tabla 3: Presencia de tratamiento y conversión de Registros y Representaciones por página

Página	Tratamiento y/o Conversión
1	Título
2	Objetivo clase
3	Tratamiento del registro verbal, escrito y verbal
4	Tratamiento registro verbal (escrito y verbal) Conversión verbal al concreto (cubos multibase) Conversión verbal al aritmético (natural)
5	Conversión verbal al concreto (cubos multibase) Conversión concreto a aritmético (natural)
6	Conversión verbal a pictórico
7	Conversión del pictórico al concreto (cubos multibase)
8	Tratamiento Registro verbal Tratamiento Registro concreto, representación manipulativa (cubos multibase) Conversión de registro verbal al concreto y al aritmético (natural)
9	Conversión registro verbal al aritmético
10	Tratamiento registro verbal Conversión registro verbal y aritmético
11	Conversión registro verbal a diagramas (flechas)

-
- 12 Conversión de registro verbal a aritmético
- conversión registro aritmético al registro concreto (tablero simple)
- Conversión del registro concreto al aritmético
-
- 13 Tratamiento registro concreto, representación manipulativa (tablero simple) y representación concreta escrita.
- Conversión de registro verbal al concreto
- Conversión registro concreto a aritmético
-
- 14 Tratamiento Registro verbal, representación escrita
- Conversión registro verbal (escrito) a Registro aritmético, representación multiplicativa
- Tratamiento Registro concreto, representación manipulativa (tablero simple, cubos apilables)
- Conversión de registro verbal al concreto (manipulativo: tablero y cubos)
- Conversión del registro concreto al aritmético
-
- 15, 16 y 17⁸ Tratamiento registro concreto (representación, tablero simple)
- Conversión del Registro verbal, representación escrita al registro concreto, representación digital del tablero simple
- Conversión registro concreto a aritmético (natural)
-
- 18 Tratamiento Registro verbal
- Tratamiento Registro concreto, representación manipulativa (cubos multibase)
- Conversión de registro verbal al concreto y al aritmético (natural)
-

⁸ Hay páginas que se analizaron en conjunto pues perseguían una actividad común en los estudiantes.

19 y 20	Tratamiento Registro concreto, representación manipulativa (tablero simple) Conversión de registro concreto al aritmético (multiplicativo y natural)
21	Tratamiento registro verbal Conversión del registro verbal al registro aritmético (multiplicativo)
22	Tratamiento del registro verbal Conversión del registro aritmético al verbal
23	Tratamiento Registro esquemático, representación con esquema conceptual. Conversión registros aritmético al verbal y viceversa
24, 25 y 26	Tratamiento registro concreto (tablero simple) Conversión registro aritmético (multiplicativo) al concreto (talero simple) Conversión del concreto (tablero simple) al aritmético (natural)
27	Página de finalización clase

De la Tabla 3, se observa que el material involucra el uso de seis tipos de registros de representación semiótica: verbal, aritmético, diagramas, esquemático, pictórico y concreto.

El registro verbal predomina en el material, que surgen desde dos ámbitos:

La representación escrita, que muestra una preocupación de los diseñadores en reforzar los conceptos a través de una clara explicación escrita.

La representación oral, que apunta a través de preguntas, a una preocupación de los diseñadores por desarrollar en los alumnos habilidades de argumentación o discusión en torno al tema.

Indudablemente el registro aritmético tiene su presencia en el material en 9 de las 10 páginas analizadas. Esta presencia tiene características que apuntan al reconocimiento de los términos que están involucrados en una multiplicación, al producto, entre otros.

La página 4, empieza a emplear el registro concreto, con una visión desde la representación concreta escrita, quizás la más familiar para el alumno. Ya la página 5, en adelante incluye el material concreto manipulativo fuertemente. Destacamos además del registro concreto, como empieza

sutilmente un trabajo con la presentación concreta escrita de situaciones o contextos, para continuar una buena parte de la clase con el uso de la representación manipulativa con cubos multibases, que luego se fortalece con el uso de la representación manipulativa del tablero simple desde la página 12 en adelante, combinando frecuentemente con los cubos multibases. Es decir, en el proceso llevado por los estudiantes desde la página 4 en adelante, se lleva al alumno desde el material concreto escrito (contextualizado),

al concreto manipulativo con cubos multibases, para luego finalizar en el tablero simple, material más complejo cognitivamente dentro de este espectro.

Por último, el tercer registro que destaca es el aritmético, que se trabaja frecuentemente en las páginas dentro de diversos procesos de conversión.

b) Conversión de registros

Al revisar el proceso conversión obtuvimos la Tabla 4.

Tabla 4: Presencia de registros y representaciones en material

	Registros y representaciones	Páginas
Tratamiento	Esquemático (esquema conceptual)	23
	Verbal	3-4-8-10-14-18-21-22
	Concreto Tablero simple	13-14-15-16-17-19-20-24-25-26
	Cubos multibase	8-14-18
	Escrita	13
	Verbal a pictórico	6
Conversión	Verbal a diagrama	7
	Verbal-aritmético (multiplicativo).	12-14-21-23
	Verbal al concreto (cubos mutlibase)	5-14-18
	Verbal a concreto (escrito)	4
	Verbal a concreto (tablero simple)	13-14-15-16-17
	Verbal al aritmético (natural)	4-9-10-13-18

Aritmético a Verbal	11
Aritmético(multiplicativo)-Concreto	12-24-25-26
Concreto a Aritmético (multiplicativo)	12-14-19-20-24-25-26
Concreto(tablero simple)-Aritmético (natural)	15-16-17-19-20
Concreto(cubos multibase)- Aritmético (natural)	5-8
Pictórico a concreto (cubos multibase)	22-23

Analizando el material desde la intencionalidad de fomentar en el alumno la conversión de registros, desde la página 4, se emplea el registro concreto, en paralelo con los registros verbal y aritmético. Se observa una intención explícita de emplear el material manipulativo como soporte para llegar al registro aritmético, que sin duda nos lleva a relacionar con la metodología COPISI, propuesta por el Ministerio de Educación como parte de la enseñanza de las matemáticas, en especial dentro del primer ciclo básico (MINEDUC, 2012). Esto no deja de llamar la atención, pues refleja otra fortaleza del material, es decir, la inclusión de los fundamentos de las bases curriculares en el diseño del material.

Destacamos por otro lado, la fortaleza del uso del registro aritmético como instrumento para favorecer en el alumno la modelación

matemática, a través de la búsqueda de la relación entre el enunciado verbal (problema contextualizado) y su representación aritmética, como queda en evidencia, por ejemplo, en la página 15 (Figura 4).

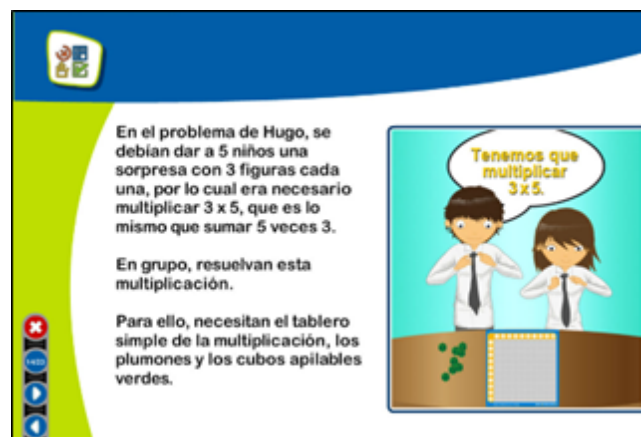


Figura 4. La modelación matemática en el material vista desde la perspectiva de los registros, extraído del “laboratorio temático” de Efecto Educativo.

Según la Teoría de registros de representación semiótica (Duval, 1999) el uso de uno o más registros nos evidencia una comprensión del concepto, por lo que si la actividad que se desarrolla en las páginas son dirigidas adecuadamente en una clase, apuntaría a que el material es idóneo para la comprensión de conceptos.

c) Análisis de algunas páginas

Con intención de profundizar en el uso de registros que fomenta el material, detallaremos lo que se observa en algunas de las páginas. Hemos seleccionado la página 22 y la página 7.

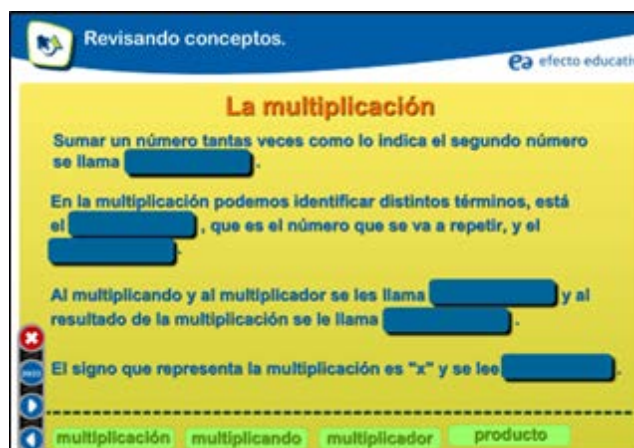


Figura 6. Página 22, extraída del "laboratorio temático" de Efecto Educativo

Sobre la página 22 (Figura 5), es interesante ver como esta página emplea a través de un juego de palabras el uso del registro verbal y aritmético para reconstruir los conocimientos previos de los alumnos. Para ello, el alumno debe ser capaz de conectar los conceptos con el registro verbal asociado a él. Este no es un proceso sencillo, requiere por una parte, la

capacidad de memorización y por otra la de comprensión del objeto matemático.

Las páginas 5, 6 y 7, (Figura 6) introducen el registro concreto manipulativo a la clase, pero lo hace de tal forma que el alumno vea que éste puede apoyar el desarrollo de una actividad matemática, es decir, el uso de material concreto en beneficio de la actividad matemática. En esta etapa de la clase, se pide además a los alumnos que interpreten un problema (registro verbal) a su expresión simbólica (registro aritmético). Para ello, se sugiere apoyarse del material manipulativo como medio favorecedor del desarrollo de la actividad matemática. Es interesante como no



Figura 5. Página 7, extraída del "laboratorio temático" de Efecto Educativo.

se explica su uso, si no que más bien, se deja a libertad de los alumnos deducirlo, para luego en una puesta en común revisar y consensuar resultados. La utilización del material concreto obliga al alumno a convertir el registro aritmético al concreto y viceversa, buscando la congruencia entre ambos registros.

ANÁLISIS DE UNA CLASE CON USO DEL MATERIAL ANALIZADO

Teniendo los resultados de los controles inicial y final de la clase, se empieza el proceso de análisis, dividiendo éste en dos apartados.

a) Análisis estadístico clásico

Este subanálisis apunta al objetivo 2 del estudio, es decir, analizar el impacto en los logros de aprendizaje del uso del material con alumnos entre 8 y 10 años.

Considerando los resultados del control inicial y final hemos diseñado la Figura 7.

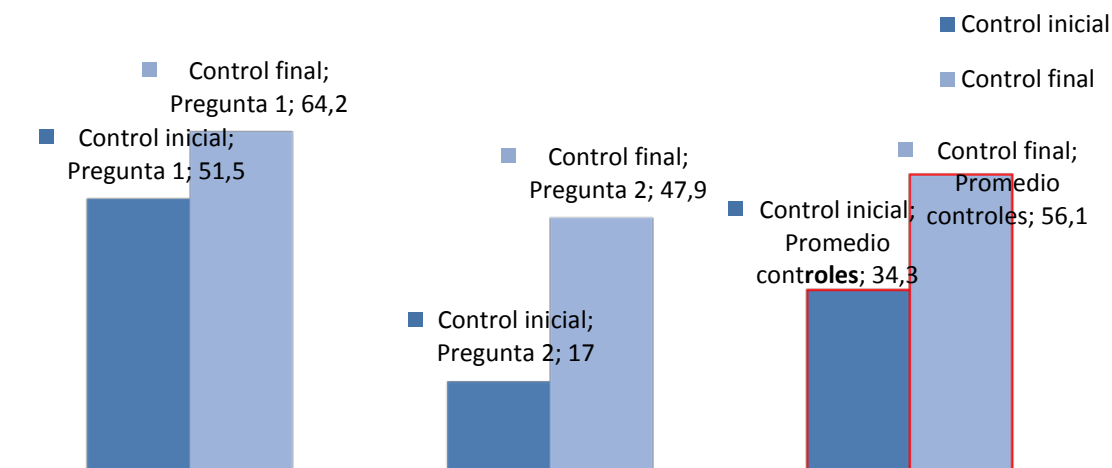
De ella podemos observar un avance en ambos ítems, siendo más significativo el avance en la pregunta 2, cuyo nivel de logro aumentó un 31%. Es probable que este aumento se deba principalmente a la conversión del registro verbal al registro concreto. Esto nos sugiere

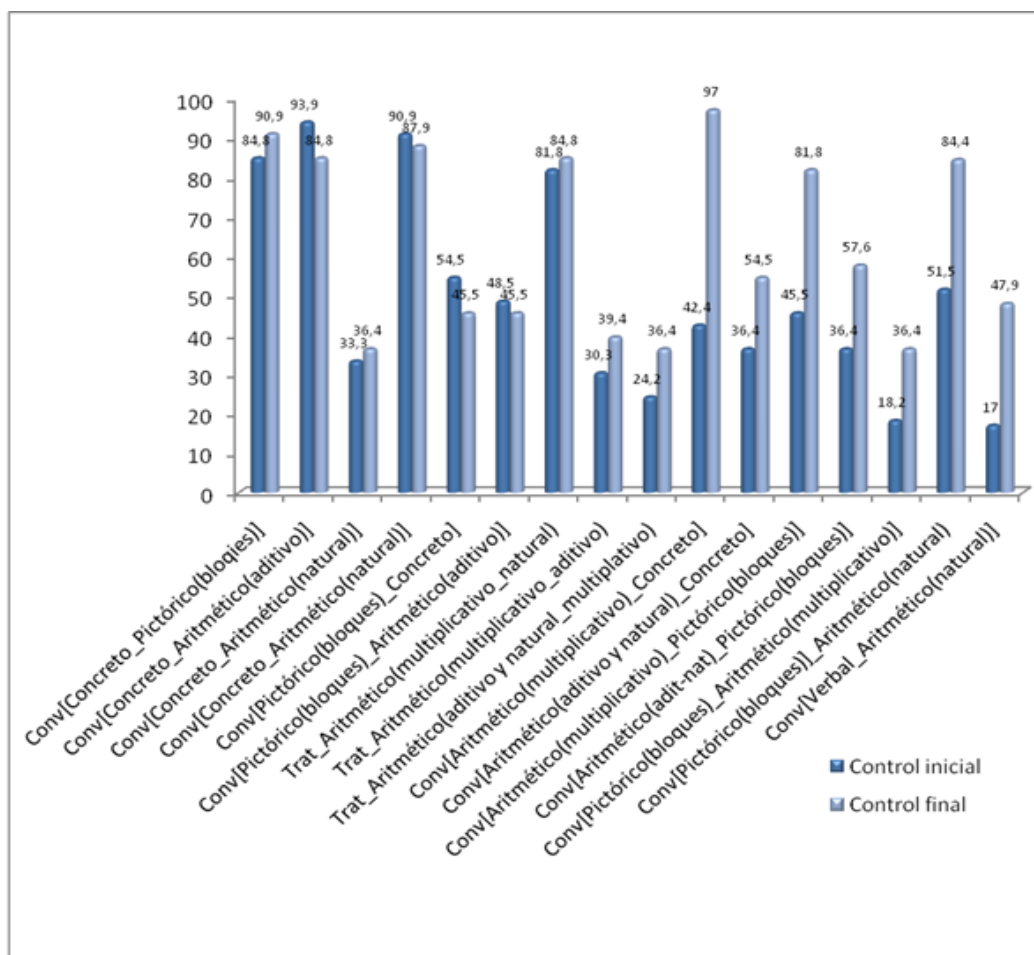
porqué el *laboratorio temático* influyó positivamente en este tipo de conversión, considerando además el análisis del material (dirigirse por ejemplo, página 16 de este documento) en el que observamos precisamente el uso y articulación adecuada que hace el “laboratorio temático” sobre estos registros.

En términos generales el nivel de logro entre un control y otro aumentó en un 22,2%, es decir, 7 alumnos más avanzaron de los 33 alumnos (en el que sólo 11 alumnos lo lograron originalmente en el control inicial) pudieron comprender de mejor forma los concepto de multiplicación que involucraba la clase.

Para realizando un análisis más detallado, elaboramos la Figura 8 con los porcentajes de logro para cada ítem en relación al tratamiento y conversión de registros

Figura 7. Resultados por preguntas y global del control inicial y final





De esta figura, se observan dos grandes grupos, el primero correspondiente a las primeras 7 columnas (considerando ambos controles, es decir hablamos de un total de 16 columnas), en las cuales no se observan cambios significativos en términos de tratamiento y conversión de registros. Y las 9 últimas columnas siguientes, en las que, a simple vista se observan cambios significativos en relación a estos dos procesos. Hablaremos un poco de cada una de estas observaciones.

En el primer grupo, se observa dos aspectos relevantes:

Hay varias columnas que son tipo de conversiones que están bastante logradas por los alumnos, por ejemplo, las columna correspondiente al tratamiento del registro multiplicativo al natural, lo que sugiere que la memorización de las tablas de multiplicar básicas es un tema superado por al menos un 80% de la clase, tema que es de esperarse pues es un tópico que se trabaja en los niveles inferiores de cuarto básico.

Hay categorías que no sufren cambios después del tratamiento con el laboratorio temático. Por ejemplo, la columna 6 que identifica la conversión del registro pictórico (representación con bloques) al registro aritmético (representación con sumas aditiva de la multiplicación). Esto nos puede dar señales para analizar de qué forma el material pudiese ser mejorado eventualmente para poder apuntar a este tipo de conversiones.

Respecto al segundo grupo de columnas, es decir, aquellas que se observan cambios significativos en los porcentajes de logro, llama la atención grandes avances de porcentajes de logro en diversos tipos de conversiones, a saber:

Aritmético (representación multiplicativa) al registro concreto: de 42,3% de logro en control inicial a 97% de logro a control final.

Aritmético (representación multiplicativa) a pictórico (representación con bloques): 45,5% de logro en control inicial a al 81,8% de logro a control final.

Pictórico (representación con bloques) a Aritmético (representación multiplicativa): de 18,2% de logro en control inicial a al 36,4% de

Esto nos refleja como el uso el material influyó positivamente y de manera significativa en la apropiación de diversos procesos de conversión de registros, lo que a la postre implica una comprensión del concepto de multiplicación que está involucrado en ellos.

b) Análisis estadístico implicativo

Este ítem apunta al objetivo específico 3 del estudio.

Considerando los códigos establecidos anteriormente (Tabla 2: Correspondencia de preguntas y registros de representación), se hace el vaciado de datos en una planilla Excel

	C[Co_Pi]	C[Co_Ar-a]	C[Co_Ar-m]	C[Co_Ar-n]	C[Ar-m_Co]	C[Ar-m_Pi]
a1	1	1	1	1	0	0
a2	1	1	0	1	0	0
a3	0	1	0	1	0	1

Tabla 5: Extracto de la planilla de datos recogidos de los controles

logro a control final

Pictórico (representación con bloques) al Aritmético (representación natural): 51,5% de logro en control inicial a 84,4% de logro a control final.

Verbal a Aritmético (representación natural): 17% de logro en control inicial a 47,9% de logro a control final.

Aritmético (representación aditiva y natural) al Pictórico (representación con bloques): 36,4% de logro en control inicial a 57,6% de logro a control final.

tabulando con 1 y 0, según presencia o no del proceso de tratamiento o conversión. De esta forma se obtiene una planilla con toda la información a analizar, la Tabla 5 muestra un extracto de dicha planilla a modo de ejemplo.

Luego de este proceso, se utiliza el software empleando índices de implicatividad de 99%, 98%, 97% y 96%. Esto nos arroja el grafo de la Figura 9

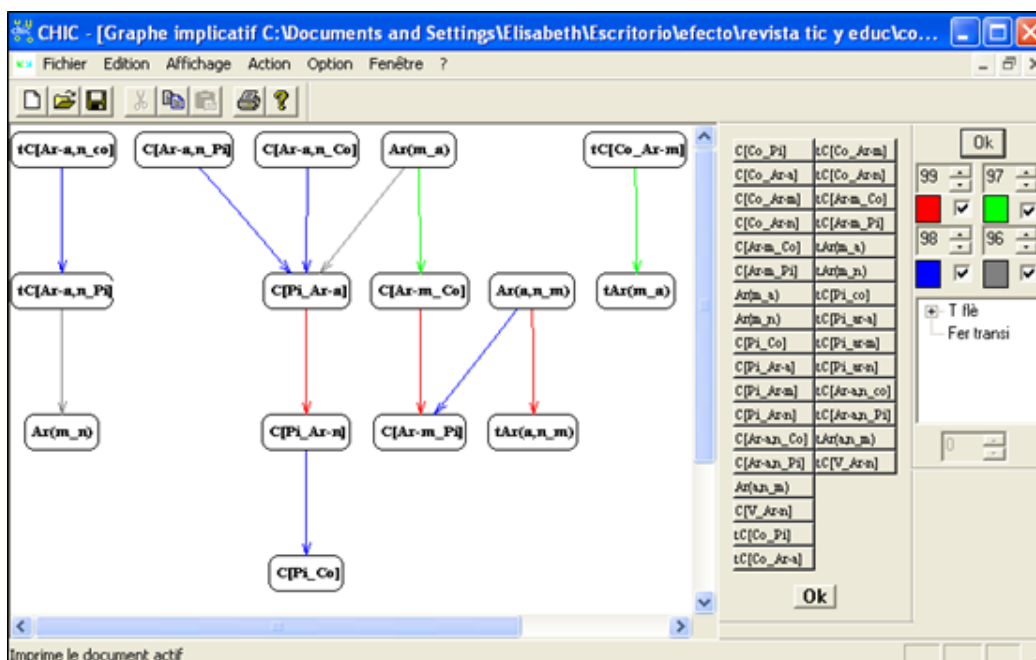


Figura 8. Grafo implicativo con los datos aportados de los controles

En este grafo se puede observar tres grandes redes. Analizaremos estas redes, de izquierda a derecha, a continuación.

La red (tAr-a,n_Co; tAr-a,n_Pi; Ar(m-n)), ilustrada en la Figura 10, nos indica que con un índice del 98% de implicatividad, 16 de los 33 alumnos que pudieron realizar tratamiento del registro aritmético antes de empezar la clase (en control inicial), luego, al finalizar la clase, pudieron realizar la conversión de registros aritmético y pictórico y de registros aritmético y concreto. Esto nos indica cómo la clase favoreció el uso de registros de representación, ya que partiendo del tratamiento de registros los alumnos pudieron avanzar a la conversión de registros. Este aspecto es crucial para la comprensión de los conceptos, como lo afirma Duval (1999).

La red central, ilustrada en la Figura 11, se refiere principalmente al empleo de registros

antes de la clase, pues sólo hay un ícono que hace mención al trabajo después de clase (tAr(a,n_m)). Podemos observar que 11 de los 33 alumnos antes de iniciar la clase con un índice de implicatividad del 98% que pueden convertir del registro pictórico al concreto, también son capaces de convertir del registro pictórico al aritmético (tanto aditivo como natural).



Figura 9. Red con indicadores de comprensión de conceptos

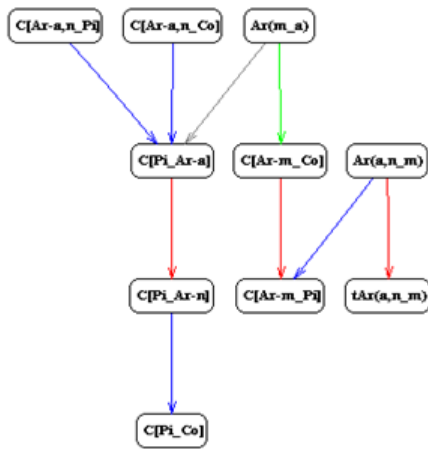


Figura 11. Red con elementos destacados del control inicial

Por último, la tercera red ilustrada en la Figura 12, nos afirma que, con un índice del 97% de implicatividad, 10 de los 33 alumnos que realizan procesos de tratamiento del registro aritmético después de la clase, también logran convertir del registro concreto al aritmético. Este resultado es bastante alentador hacia el uso de material “laboratorio temático”, pues nos indica que el uso de éste influyó en un avance desde el tratamiento a la conversión de registros, que es el proceso más complejo dentro de este ámbito. Esta posibilidad de ampliarnos desde el tratamiento a la conversión de registros nos indica una comprensión de los conceptos involucrados (Duval, 1999), en este caso, el de la multiplicación de números naturales.

Una visión global de las tres redes, nos entrega dos observaciones más:

Al término de la clase, los alumnos (10 de los 33) lograron ampliarse a una conversión que no manifestaron en el control inicial, nos referimos a la conversión del registro concreto

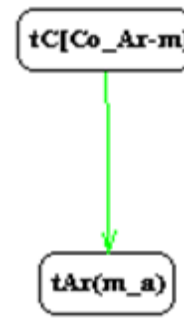


Figura 10. Red con evidencias de comprensión de conceptos

al aritmético, que si se logra en el control final por un buen porcentaje de alumnos.

Al término de la clase, tenemos 6 alumnos más (de los 10 que inicialmente lo obtuvieron) que lograron convertir del registro aritmético al pictórico y de registro aritmético al concreto. En términos de porcentajes, nos indica un 19% más del grupo de alumnos logra este tipo de conversiones.

Esto ratifica que el uso del material influyó positivamente en la conversión de los conceptos involucrados, ya que se observa una mayor cantidad de conversión de registros al término de la clase y una forma de utilización más apropiada por parte de los estudiantes.

CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES

La comprensión de conceptos matemáticos es uno de los objetivos más comunes e importantes dentro de la clase de matemática. Aun así, es una labor compleja de llevar a cabo por los procesos que involucra.

La propuesta de enseñanza que se plantea en este documento, basada en uso de material digital y concreto en paralelo, muestra que a nivel de enseñanza básica es posible acercarse

a esta complejidad. Esto queda de manifiesto en los avances en la articulación de registros de representación que logran los alumnos al finalizar la clase, tanto a través del análisis estadístico clásico como el implicativo.

Estos resultados ponen de manifiesto la importancia de complementar las clases con materiales que han sido diseñados conscientemente con el fin de favorecer estos procesos de aprendizaje.

Nuestra meta siguiente es avanzar en este estudio, buscando aquellos elementos que puedan mejorar el material analizado, con fin de aportar con mejores y mayores oportunidades a futuros estudiantes del país y de Latinoamérica.

REFERENCIAS

- Almache Tello, Dianita. 2012. Aporte de nuevos métodos y técnicas para facilitar el aprendizaje de las tablas de multiplicar en los niños del cuarto, quinto sexto y séptimo años de educación básica. Trabajo para optar al grado de Licenciado en Ciencias de la Educación. Ambato: Universidad Técnica de Ambato.
- Alsina Catalá, Claudi, Burgués Carmen y Fortuny, José María. 1987. Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid: Síntesis S.A.
- Rodríguez Méndez, Jaime, Pino Espinoza, Sonia y Aliaga Briceño, Karina. (2012). Clases Digitales: Enseñanza y Aprendizaje de la Educación Matemática en entornos 1 a 1. Disponible en <http://www.servicioseducativos.cl/noticias/editorial/53-editorial-marzo-2012.html> (Consulta 15/05/2013).
- Barreto Dorta, Juan y Herrera Pérez, Manuel. 2009. Numerator: un material manipulativo en el aula. Números (en línea), La Laguna: Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemática (72), p. 81-103. Disponible en http://www.sinewton.org/numeros/index.php?option=com_content&view=frontpage&Itemid=55 (Consulta 15/05/2013).
- Canals Tolosa, María Antonia. 1997. La geometría en las primeras edades escolares, Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (25), pp. 31-44.
- Castelnuovo, Emma. 1970. Didáctica de la Matemática Moderna. Madrid: Trillas.
- De Guzmán, Miguel. 1996. El Rincón de la Pizarra, Ensayos de Visualización en Análisis Matemático Elementos del Análisis. Madrid: Pirámide.
- Duval, Raymund. 1999. Semiósis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Traducción al español de Myran Vega Restrepo de Sémiosis et pensée Humaine. Registres Sémiotiques et Apprentissages intellectuels. Cali: Artes Gráficas Univalle.
- García Cartagena, Yonnathan, Reyes, David y Rojas, Pablo. 2012. Pizarras digitales e interactividad en el aula: estilos de uso y principales factores que afectan su adopción. Revista educación y tecnología, (1), 69-81.
- Gattegno, Caleb. 1967. La percepción y la acción como bases del pensamiento matemático. En Caleb Gattegno, El material para la enseñanza de las matemáticas (pp. 3-12). Madrid: Aguilar.

- Guañuna Pila, Elsa. 2012. Material didáctico interactivo y su incidencia en el aprendizaje significativo en la signatura de matemáticas en los niños y niñas del quinto año de educación básica de la Escuela fiscal mixta: Isabel Yáñez de la ciudad de Machachi. Informe final del trabajo para optar el Título de Licenciada en Ciencias de la Educación, mención: Educación Básica. Ambato: Universidad Técnica de Ambato.
- Gras, Regis. 1996. L'implication statistique. Nouvelle méthode exploratoire de données. Applications à la didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Hernández Sampieri, Roberto, Fernández-Collado, Carlos y Baptista Lucio, Pilar. 2010. Metodología de la Investigación. Distrito Federal: McGraw-Hill.
- Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). 2009. Sistematización de Implementación de Modelo de Informática Educativa. Aprendizaje de competencias matemáticas con tic. Red Enlaces. Disponible en http://intranet.redenlaces.cl/index.php?id=11414&no_cache=1&descargar=1&archivo=1084 (Consulta 15/05/2013).
- Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). 2012. Programa de estudios de matemática de 4° año de enseñanza básica. Disponible en http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10 (Consulta 15/05/2013).
- Miranda Vera, Hernán y Villarreal Farah, Gonzalo. 2010. Tecnologías digitales en el contexto de un modelo de innovación curricular en matemática en Chile. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife: Universidade Federal de Pernambuco, Vol.1, p.1.
- Orús, Pilar, Zamora, Larisa y Gregori, Pablo. 2009 Teoría y aplicaciones del Análisis Estadístico Implicativo. Primera aproximación en lengua hispana. Castellón: Departamento de Matemáticas de la Universitat Jaume I.
- Pestalozzi, Johann Heinrich y Cabana, José María. 1982. Cartas sobre educación infantil. Barcelona: Humanitas.
- Ramos Rodríguez, Elisabeth. 2012. Repensando ideas sobre tic en la enseñanza de las matemáticas. Esfera Didáctica (en línea). Disponible en <http://revista-esfera-didactica.com/> (Consulta 15/05/2013)
- Reyes-Santander, Pamela y Ramos Rodríguez, Elisabeth. 2010. An Experience with Wireless Technology and Outstanding Students of Mathematics. En Tamara Bianco y Volker Ulm (Ed.).

Mathematics Education with Technology. Experiences in Europe. Augsburg: manageyourmedia, pp. 244-259.

Schacter, Jhon. 1999. The Impact of Educational Technology on Student Achievement. What the Most Current Research Has to Say. Santa Monica: Milken Family Foundation.

Tárraga Mínguez, Raúl. 2012. Materiales educativos digitales para la intervención en estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas. DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia, (23), 1-10. Disponible en <http://www.raco.cat/index.php/DIM/article/view/258193> (Consulta: 15/05/2013]

Teixidor Cadenas, Esperanza. 2010. Pajifiguri: un material manipulativo y cuento interactivo. Números, (74), 75-92. (En línea), La Laguna: Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemática. Disponible en http://www.sinewton.org/numeros/index.php?option=com_content&view=frontpage&Itemid=55 (Consulta 15/05/2013).

Valenzuela Molina, Macarena. 2011. Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Granada: Universidad de Granada. Disponible en http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Macarena%20Valenzuela_.pdf (Consulta 15/05/2013)

Wenglinsky, Harold. 1998. Does It Compute? The Relationship Between Educational Technology and Student Achievement in Mathematics. Princeton: Educational Testing Service.


Williner, Betina. 2011. Estudio de habilidades matemáticas cuando se realizan actividades usando software específico. Unión (en línea), (27), 115-129. Disponible en http://www.fisem.org/web/union/images/stories/27/union_027_012.pdf (Consulta 15/05/2013).

Anexos


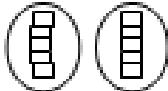
ANEXO 1

CONTROL INICIAL

“Refresquemos nuestra mente”



1. Completa la siguiente tabla en la que aparecen unos lapices


Situación	Figuras	Sumas repetitivas	Multiplicación asociada	Total de lapices
				
			2·3	
				
		2+2+2		6

2. Completa cada frase según corresponda



- a. Al multiplicar 4 por 5 obtenemos ...
- b. Si consideramos 9 y 3 como los factores de una multiplicación, se obtiene....
- c. Si multiplicamos 7 por 8 se obtiene ...
- d. Al desarrollar 3·8 se obtiene....
- e. Si al 2 lo multiplico por 6 obtengo el mismo valor que si multiplico el 3 por ...

ANEXO 2

CONTROL FINAL

“Revisemos lo aprendido” 

1. Completa la siguiente tabla en la que aparecen unos globos

Situación	Figuras	Sumas repetitivas	Multiplicación asociada	Total de globos
				
				
			$3 \cdot 2$	
		$3 + 3$		6

2. Completa cada frase según corresponda

- a. Al multiplicar 3 por 7 obtenemos ...
- b. Si consideramos 2 y 5 como los factores de una multiplicación, se obtiene
- c. Si multiplicamos 6 por 9 obtenemos ...
- d. Al desarrollar el producto $8 \cdot 4$ se obtiene
- e. Si al 6 lo multiplico por 5 obtengo el mismo valor que si multiplico el 3 por ...